

Vorlesung 18.2.2026

2. Funktionen

Eine Funktion ist eine Zuordnung.

1. Größe $\mapsto$ 2. Größe

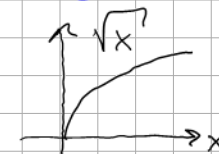
Anzahl kg Äpfel $\mapsto$ Preis in €

Funktion, wenn an einem Ort

Zahl $\mapsto$ Doppeltes der Zahl Funktion

Zahl $\mapsto$ Quadratwurzel der Zahl Relation $\sqrt{9} = \pm 3$

RV-Nummer $\mapsto$ Person Funktion

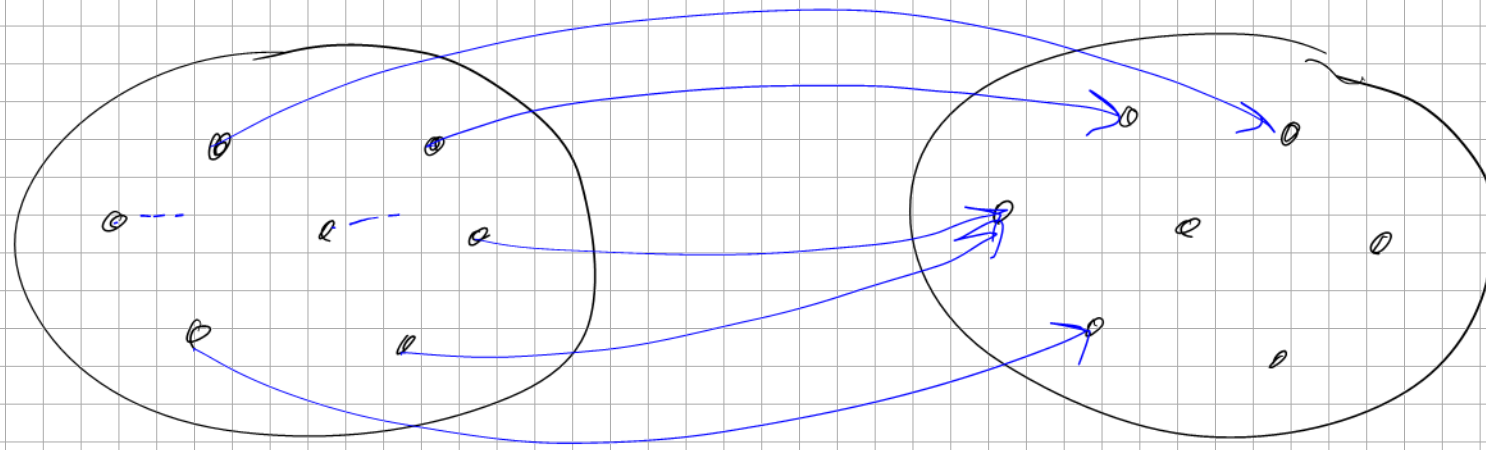


Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung.

Werden einer Größe auch mehrere Werte zugeordnet,

spricht man von einer Relation.

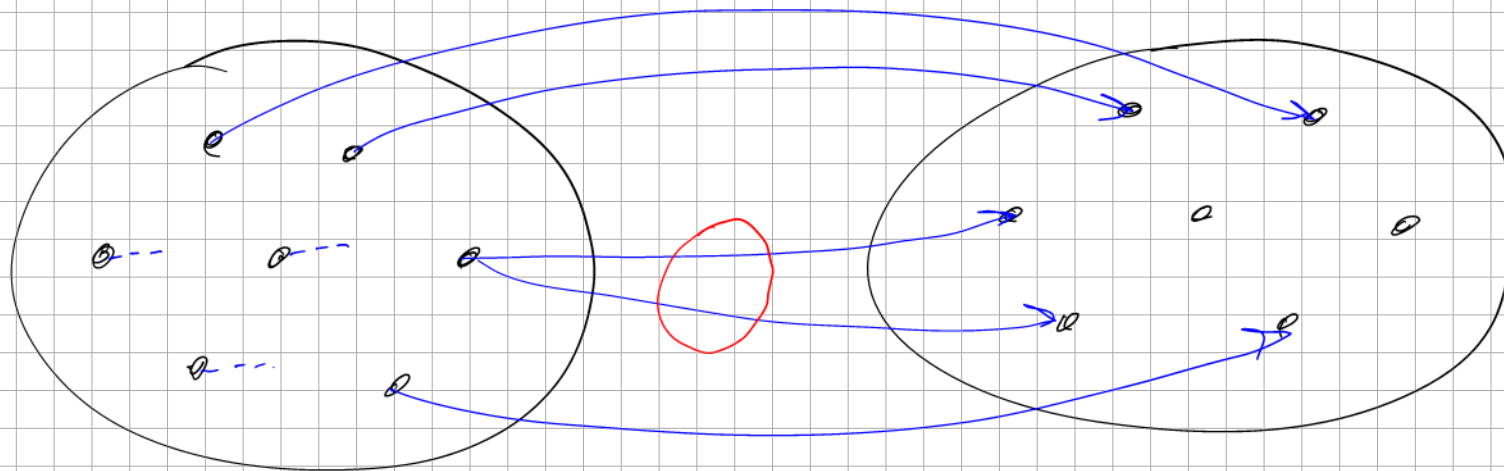
Funktion



1. Größe

2. Größe

Relation



deshwegen eine Relation

Entscheidend für die Definition einer Funktion sind:

- Funktionsvorschrift, Zuordnungsvorschrift, Abbildungsvorschrift
- Mengen, aus denen die Elemente der Zuordnung gewählt werden

Veranschaulichung von Funktionen

1) Wertetabelle

$$x \mapsto 2x$$

1. Wert	-2	-1	0	1	2
2. Wert	-4	-2	0	2	4

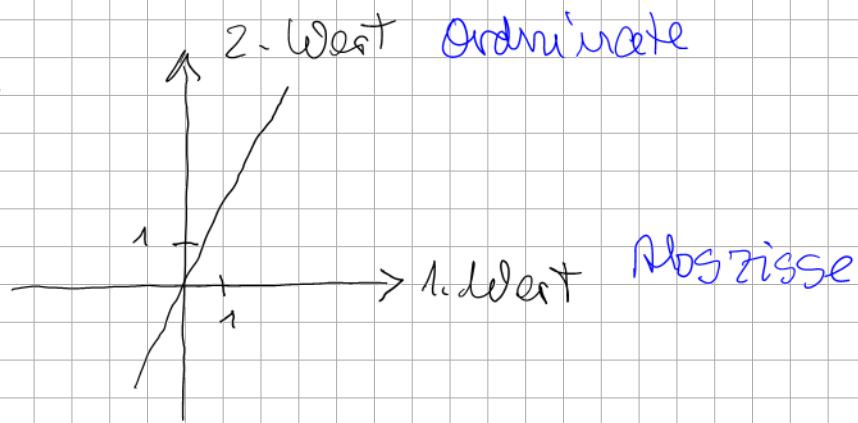
geordnete Paare

Datenbanken
Hash-Tabellen

2) Tabelle

1. Wert \ 2. Wert	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-2	x								
-1			x						
0					x				
1							x		
2									x

3) Graph



Der Graph zeigt,
wie sich der 2. Wert
abhängig vom 1. Wert [„]verändert.

Schreibweise, Fachsprache

1. Wert

unabhängige Variable

x, t, h

Funktion

f, a, p

2. Wert

abhängige Variable

$f(x), a(t), p(h)$

Funktionswert

$$f: x \mapsto 2x$$

$$f(x) = 2x$$

Die Funktion f ordnet dem Wert 2 den Wert 5 zu. $f(2) = 5$

Die Funktion f und die Funktion g ordnen 3 denselben Wert zu. $f(3) = g(3)$

Die Funktion f ordnet 7 den gleichen Wert zu

wie die Funktion g der Zahl 1.

$$f(7) = g(1)$$

Die Funktion g ordnet immer positive Werte zu. $g(x) > 0$

$$h(x) = 3 \cdot w(x)$$

Die Funktion h ordnet einer Zahl das Dreifache derjenigen Zahl zu, die die Funktion w dieser Zahl zuordnet.

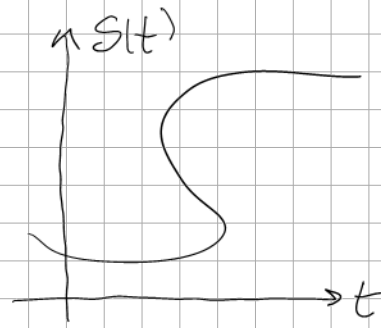
$$h(-5) = \sqrt{w(3)}$$

Die Funktion h ordnet -5 die Quadratwurzel der Zahl zu, die die Funktion w der Zahl 3 zuordnet.

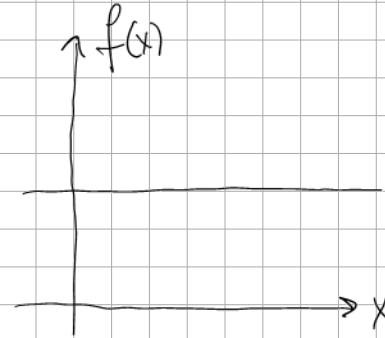
Graphen von Zuordnungen



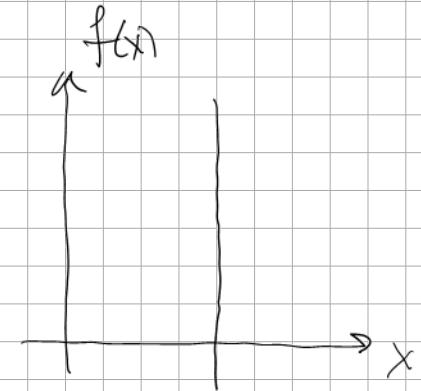
Funktion



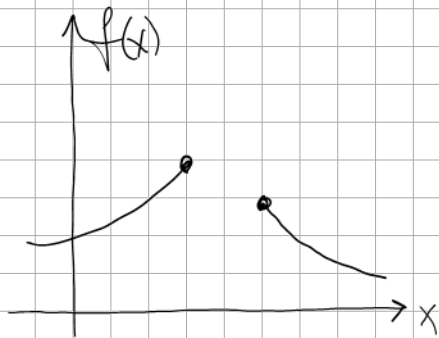
Relation



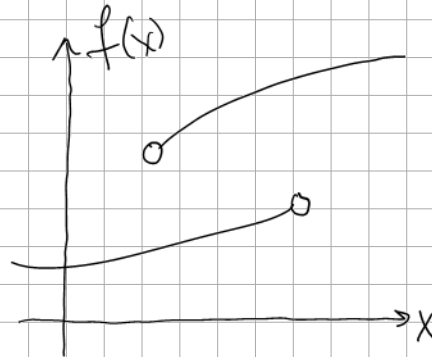
Funktion



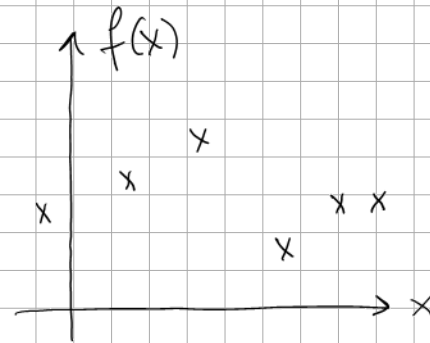
Relation



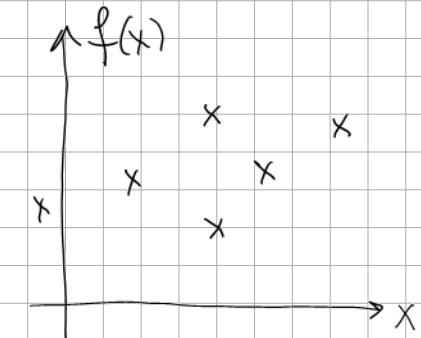
Funktion



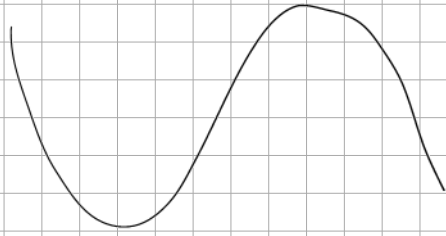
Relation



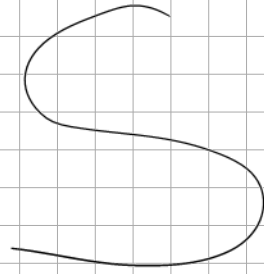
Funktion



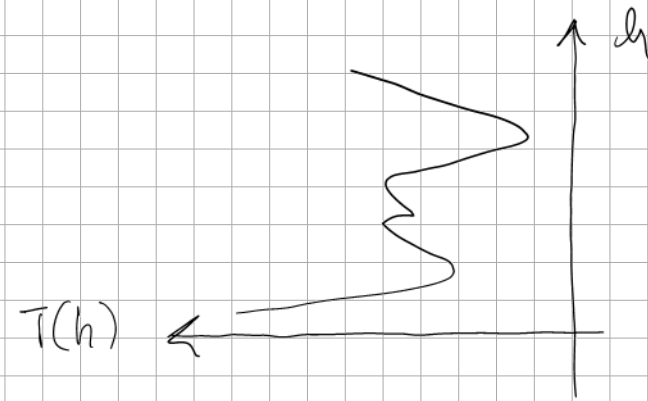
Relation



gas nicht!



gas nicht!



Flunktion

Umgang mit Funktionen

Wann sind Funktionen gleich?

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$x, t \in \mathbb{R}, f(x), g(t) \in \mathbb{R}$$

$$g(t) = t^2 + 4$$

gleiche Funktion

$$f(x) = 3x + 2$$

Variable: x

$$f(1) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$$

$$h(s) = 3x + 2$$

Variable: s

$$h(1) = 3x + 2$$

↑
Parameter

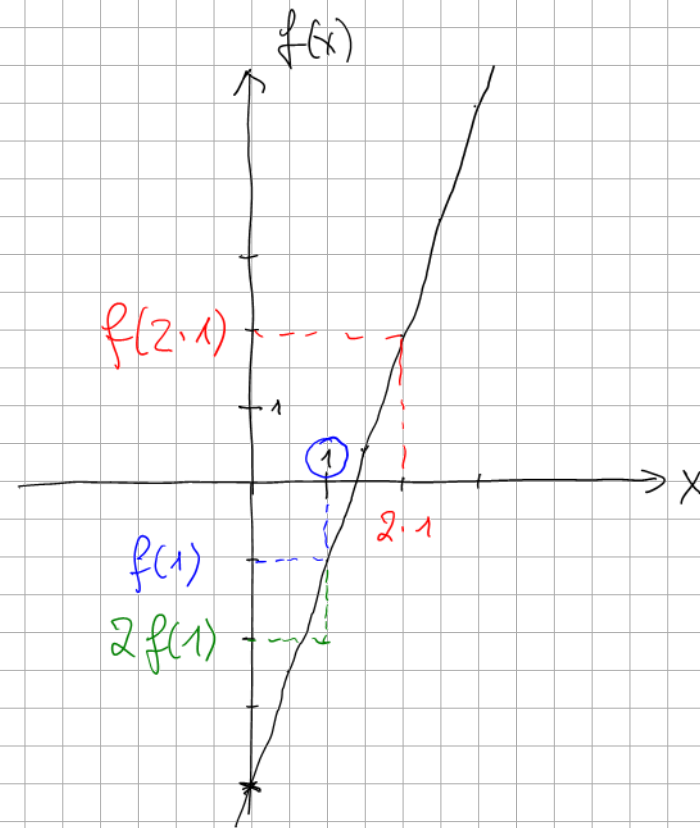
Funktion: $f(x) = 3x - 4$

$f(2x)$ Funktionswert für
doppelt so großem
Variablenwert

$$\begin{aligned} f(2x) &= 3 \cdot 2x - 4 \\ &= 6x - 4 \end{aligned}$$

$$2 \cdot f(x)$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot f(x) &= 2(3x - 4) \\ &= 6x - 8 \end{aligned}$$



$$g(x) = 5x^2$$

$$g(3x) = 5(3x)^2 = 5 \cdot 9x^2 = 45x^2$$

$$3 \cdot g(x) = 3 \cdot 5x^2 = 15x^2$$

$$(g(x))^2 = (5x^2)^2 = 25x^4$$

$$\begin{aligned} g(5x^2) &= 5(5x^2)^2 = 5 \cdot 25x^4 = 125x^4 \\ &= g(g(x)) \end{aligned}$$

Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

Der Graph einer Zuordnung schneidet die Ordinate zweimal.

Indem man als Definitionsmenge $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$ oder $\mathbb{Z}$ wählt,

lässt sich festlegen, ob eine Funktion vorliegt.

falsch

x	f(x)
2	12
4	7
6	3
8	5
10	9

x	g ₁ (x)
2	14
4	9
6	5
8	7
10	11

x	g ₂ (x)
4	12
8	7
12	3
16	5
20	9

$$f(x) = g_2(2x)$$

$$g_2(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$f(x) = g_1(x) - 2$$

$$g_1(x) = f(x) + 2$$

Aufgaben

Zusatzdokument Kap. 2

Teil 1: Nr. 1-4, 5a-f, 6a-e, 8, 9a+c, 10a-d, 11, 12, 14a-c

Teil 2: Nr. 5g-j, 6f-i, 7, 9b+d, 10e-g, 13, 14d-f